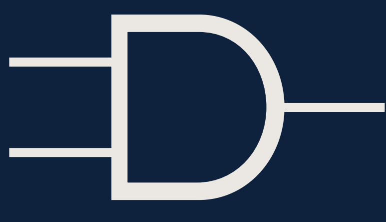
УВОД У РАЧУНАРСКЕ НАУКЕ

Стефан Поповић, Дејан Ђукић, Стеван Јокић

1101101
1101111
1101010
1101001
1101101
0100000
1110010
1101111
1100100
1101001
1110100
1100101
1101100
1101010
1101001
1101101
1100001

A¬B∧C

0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Алфа БК Универзитет

Стефан Поповић - Дејан Ђукић - Стеван Јокић

УВОД У РАЧУНАРСКЕ НАУКЕ

- универзитетски уџбеник -

Факултет информационих технологија и Факултет за математику и рачунарске науке, Алфа БК Универзитет

Београд, 2025

Назив уџбеника: Увод у рачунарске науке

Врста: Универзитетски уџбеник

ISBN: 978-86-6461-100-8

Аутори: Стефан Поповић - Дејан Ђукић - Стеван Јокић

Рецензенти: Војкан Николић, Дејан Видука

Графичко обликовање и припрема за штампу: Стеван Јокић, Стефан Поповић

Издавач: Алфа БК Универзитет, Булевар маршала Толбухина 8, Београд, Србија

За издавача: Проф. др Јован Веселиновић - ректор

Главни уредник: Проф. др Милан Глигоријевић

Лектор: Бранкица Ковачевић

Издање: прво

Година: 2025.

Штампа: Гламур, Краљево

Тираж: 700 примерака

Уџбеник је одобрен од стране Комисије за издавачку делатност Алфа БК Универзитета под бројем 1975 од 08.12.2025. и може се користити као универзитетски уџбеник.

ПРЕДГОВОР

Пред вама се налази уџбеник намењен студентима који похађају предмете Увод у рачунарске науке и Основе информационо комуникационих технологија. Ови предмети представљају полазну тачку у стицању основних знања из области рачунарства и ИКТ, и имају за циљ да студентима пруже јасно разумевање основних појмова, концепата и принципа који чине темељ савремених дигиталних система и технологија.

Уџбеник је резултат дугогодишњег наставног и стручног рада аутора, који већ низ година предају наведене курсеве на Факултету информационих технологија и Факултету за математику и рачунарске науке. Своје искуство у преношењу знања и практичном раду са студентима, аутори су уобличили у материјал који је структуриран тако да постепено води читаоца од основних појмова до сложенијих концепата, кроз јасна објашњења и практичне примере.

Уџбеник је прилагођен студентима без предзнања из области рачунарства, али ће послужити и као квалитетан подсетник и онима који већ имају одређено искуство.

Надамо се да ће овај уџбеник бити поуздан и подстицајан сапутник на вашем путу ка разумевању и даљем усавршавању у области рачунарства и информационих технологија.

Са жељом за успешно учење и рад,

Аутори

Садржај

Листа слика

Листа Табела

1. ЛОГИКА И БУЛОВСКА АЛГЕБРА

Циљ поглавља

Поглавље **Логика и Буловска алгебра** представља теоријску основу за разумевање начина на који рачунар функционише на свом најнижем нивоу. Након успешног проласка кроз ово поглавље, студент ће бити оспособљен да:

Разуме бинарну природу рачунара: Схватити да се све операције у рачунарству, од израчунавања до обраде података, своде на бинарни систем и логичке операције (истина/неистина, 1/0).

Усвоји основе Буловске алгебре: Дефинисати основне логичке операције (**И (AND), ИЛИ (OR), НЕ (NOT)**) и разумети како се оне користе за представљање сложених логичких исказа.

Користи Таблице истинитости: Научити да креира и тумачи таблице истинитости као основни алат за анализу и верификацију било ког логичког израза.

Примени логичке законе за поједностављивање: Овладати основним законима и теоремама Буловске алгебре, посебно **Де Моргановом теоремом**, како би се комплексни логички изрази минимизовали и поједноставили.

Схвати имплементацију хардвера: Повезати теоријске буловске функције са њиховом практичном применом у дигиталним колима (логичким капијама) и разумети зашто су **НИ (NAND)** и **НИЛИ (NOR)** универзалне логичке базе.

Препозна каноничке форме: Разумети значај **Каноничких форми (ДНФ и КНФ)** за стандардизован приказ логичких функција, што је пресудно за даљи рад са дигиталном електроником и рачунарском архитектуром.

1.1. УВОД У БУЛОВСКУ АЛГЕБРУ

Буловска алгебра представља примену и претварање логике у математику, где се она изражава кроз једноставне алгебарске операције. Логика, као наука о закључивању, бави се вештинама и методама правилног мишљења и омогућава доношење логички исправних закључака.

Енглески математичар Џорџ Бул је формализовао законе логичког расуђивања и увео тзв. Буловску алгебру. С обзиром на то да је Буловска алгебра погодна за проучавање прекидачких кола, она се назива и прекидачка алгебра. Полазни појам у математичкој логици су искази, афирмативне реченице које имају смисла и које су или тачне или нетачне. Искази тачно и нетачно, који се користе у логици, у Буловској алгебри су замењени са логичком јединицом и логичком нулом, односно цифарским симболима 1 и 0.

Основно начело Буловске алгебре се заснива на чињеници да логички искази могу бити само тачни и нетачни. Самим тим тврдње никада не могу бити делимично тачне или делимично нетачне. Алгебра која анализира оваква тврђења, сажима математичку логику и теорију скупова у алгебру и даје теоријску основу савремених рачунарских наука назива се Буловска алгебра. Другачије речено, Буловска алгебра представља математички апарат помоћу кога се математички описују процеси обраде бинарних информација. Најпростије речено, ово је област која третира логичке изразе са две могуће вредности, тачно или нетачно, и који се представљају употребом јединица (тачно) и нула (нетачно).

Може се рећи да је Буловска алгебра део математике, али да највећу примену има у информатици. Наиме, математичари кажу да је 1+1=2, информатичари да је 1+1=1, а у суштини и једни и други су у праву. Информатичари се позивају на Буловску алгебру која представља теоријску основу рада савремених рачунара.

На први поглед одмах се може уочити да се ради о дигиталним сигналима који могу имати само два напонска нивоа (низак и висок), па се самим тим могу представити бинарним цифрама 0 и 1, те се над њима могу изводити логичке операције и рачунати логичке функције.

Буловска алгебра служи да се пројектују електронска кола од којих се састоје савремени рачунари. У рачунарима сви подаци (текст, слика, музика, и сл.) обрађују се, а потом и чувају у бинарном запису. Најмања јединица информација, односно најмањи податак који се може обрадити у рачунару, нула или јединица, назива се бит. У суштини, функционисање сваког рачунара је прослеђивање информације о томе да ли у датом тренутку треба негде у систему да постоји сигнал или не. Ова врста информација је представљена бинарним цифрама. Одсуство сигнала се представља нулом, а присуство сигнала са цифром један. Бинарне вредности 0 и 1 тако добијају логичко значење. Дакле, бинарни бројеви су основа за функционисање рачунара.

1.2. БУЛОВСКА АЛГЕБРА И ЛОГИЧКЕ ОПЕРАЦИЈЕ

Постоји велики број писаних извора који објашњавају Булову алгебру. Како наводи Вујо Дрндаревић, у Буловској алгебри се дефинишу три основне операције над логичким променљивим и то су:

- И операција или логичко множење (енг. AND), за коју се користи симбол „·”,
- ИЛИ операција или логичко множење (енг. OR), за коју се користи симбол „+”, и
- НЕ операција или комплементирање (енг. NOT), за коју се користи симбол „¯ ”, који се пише изнад симбола логичке променљиве.

За разлику од И и ИЛИ операција које се изводе над најмање две променљиве, НЕ операција се изводи над једном променљивом.

Буловска алгебра може да буде дефинисана на произвољном скупу елемената, али њена примена у дигиталној техници је ограничена на бинарном скупу {0,1}. Буловска променљива може да узима вредност из скупа {0,1}.

Ако се на скупу {0,1} дефинишу операције +, ·, ¯ односно ∨, ∧, ¬ према таблицама добија се Булова алгебра, која се назива и прекидачка алгебра. Прекидачка алгебра је дакле Буловска алгебра на скупу од два елемента. Буловска алгебра је математичка основа за пројектовање дигиталних електронских кола. Из претходно наведеног може се видети да су основне логичке операције ИЛИ (+), И (·) и НЕ (¯), а често се срећу и ИСКЉУЧИВО ИЛИ (⊕) и ИСКЉУЧИВО НИЛИ (⊙).

Основу Буловске алгебре чини скуп елементарних ставова који се називају постулати.

Ради стварања потпуније слике приказаће се основни постулати за основне логичке операције.

1) За логичку И операцију или логичко множење важе следећи постулати:

$$0 \cdot 0 = 0 \tag{1}$$

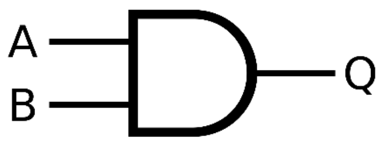
$$0 \cdot 1 = 0 \tag{2}$$

$$1 \cdot 0 = 0 \tag{3}$$

$$1 \cdot 1 = 1 \tag{4}$$

Наведени постулати могу се приказати табеларно, помоћу комбинационе таблице, за коју се користи и назив таблица истинитости. Према Жељку Јурићу „таблица истине представља таблицу која приказује истинитост исказа за све могуће комбинације вредности истинитости променљивих логике исказа које у њему фигурирају”. Битно је нагласити да логички склоп И (повезивање, конјукција) може имати два или више улаза,+ а на излазу ће бити стање 1 само ако су сви улази у стању 1. Ако је на било којем улазу склопа логичко стање 0, тада је и на излазу стање 0. Комбинациона таблица и графички симбол за логичку И операцију приказани су на слици 1.

A	B	Q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Сл 1. Комбинациона таблица и графички симбол за логичку И операцију.

2) По сличној аналогији за логичку ИЛИ операцију или логичко сабирање (растављање, дисјункција) важе следећи постулати:

$$0 + 0 = 0 \tag{5}$$

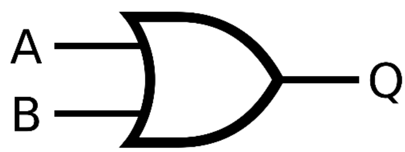
$$0 + 1 = 1 \tag{6}$$

$$1 + 0 = 1 \tag{7}$$

$$1 + 1 = 1 \tag{8}$$

Јасно се види разлика у односу на логичко множење, па је резултат логичке ИЛИ операције над две променљиве једнак јединици ако бар једна променљива има вредност логичке јединице. Комбинациона таблица и графички симбол за логичку ИЛИ операцију приказани су на слици 2.

A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



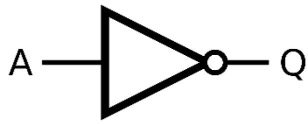
Сл 2. Комбинациона таблица и графички симбол за логичку ИЛИ операцију

3) Логичко комплементирање или логичка НЕ операција (негација, инверзија, комплементирање), изводи се над једном логичком променљивом или изразом. Дакле, негација се изводи и односи се на једну променљиву, док се остале логичке операције изводе са две променљиве. За ову операцију важи:

$$\overline{1} = 0 \text{ и } \overline{0} = 1 \tag{9}$$

Таблица истинитости и графички симбол за логичку НЕ операцију приказани су на слици 3.

A	Q
0	1
1	0



Сл 3. Таблица истинитости и графички симбол за логичку НЕ операцију.

У математици скупове најчешће означавамо великим латиничним словима, а елементе скупа малим латиничним словима. Скуп може бити празан ако нема елемената који задовољавају дефинисана својства или непразан уколико постоје чланови скупа који задовољавају неко својство. Према Ивани Ковачевић, нека је B непразан скуп у коме су дефинисане две бинарне операције, сабирање (+) и множење (·) и једна унарна операција, комплемент (' или ¯), а 0 и 1 су елементи из скупа B, тада скуп {B, ·,+,¯,0,1} називамо Буловом алгебром ако за било које елементе скупа a, b, c из скупа B важе аксиоме:

- затворености: $a + b \in B$, $a \cdot b \in B$,
- комутативности: $a + b = b + a$, $a \cdot b = b \cdot a$,
- дистрибутивности: $a + b \cdot c = (a + b) \cdot (a + c)$ или $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$,
- постојање неутралног елемента: $a + 0 = a$ и $a \cdot 1 = a$,
- постојање инверзног елемента: $a + \bar{a} = 1$ и $a \cdot \bar{a} = 0$, (Ковачевић, 2013: 226).

Елемент 0 се зове нула елемент, елемент 1 се зове јединични елемент, а елемент a комплемент од a. Операције + и · зову се сабирање и множење. Ознака за операцију „·” се често не пише, већ се користи ознака $a \cdot b = ab$. Битно је напоменути да треба поштовати и приоритет операција. Највећи приоритет има операција комплемент (¯), затим множење (·) и најмањег проритета је операција сабирање (+).